

Zadaci za rješenje IV Ag, Pto - priprema za KZ. 1)
iz matematike - PRAMC

- ① Naći specifične pravce p i q $2x+y=0$ i $3x-5y-7=0$

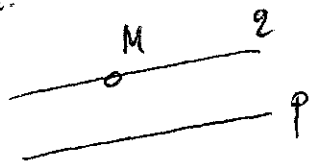
Rj. Specifične pravce p i q ($p \perp q$) su koordinatne, tj. rješenja sistema S .

$$\begin{array}{r} 2x+y=0 \quad | \cdot 5 \\ 3x-5y-7=0 \\ \hline 10x+5y=0 \\ 3x-5y-7=0 \\ \hline 13x-7=0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 13x=7 \quad | :13 \rightarrow x=\frac{7}{13} \\ y=-\frac{14}{13} \end{array} \quad S\left(\frac{7}{13}, -\frac{14}{13}\right)$$

- ② Naći jednačinu pravca q koji prolazi tačkom $M(2, -3)$, a paralelan je s pravcem $p: 2x+3y-5=0$

Rj.

Skica:



Da bi bilo $p \parallel q \Leftrightarrow k_p = k_q$

$$\begin{array}{l} \text{Iz } 3y = -2x + 5 \quad | :3 \\ y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}, \text{ pa } k_p = -\frac{2}{3} = k_q \end{array}$$

$$2. \quad y - y_M = k_q (x - x_M)$$

$$y + 3 = -\frac{2}{3}(x - 2) \quad | \cdot 3, \text{ pa je}$$

$$3(y + 3) = -2(x - 2)$$

$$3y + 9 = -2x + 4$$

$$q: \quad 2x + 3y + 5 = 0$$

- ③ Odredi realan parametar λ ($\lambda \in \mathbb{R}$) tako da pravci

$$p: 6x - 8y + 5 = 0 \quad \text{i}$$

$$q: (1-2\lambda)x + (3\lambda+1)y + \lambda + 3 = 0, \text{ budu paralelni. } (p \parallel q).$$

Rj. Slike od jednačina transformiramo u eksplacitni oblik, i nastavimo k_p i k_q . Iz usloja $k_p = k_q$, nađemo λ , i to je to.

$$\begin{aligned} 1. \dots y &= \frac{3}{4}x + \frac{5}{8} \\ 2. \dots y &= \frac{2\lambda-1}{3\lambda+1}x - \frac{\lambda+3}{3\lambda+1} \end{aligned} \quad \left\{ \Rightarrow \begin{aligned} k_p &= \frac{3}{4} \quad k_g = \frac{2\lambda-1}{3\lambda+1} \quad (2) \\ \frac{2\lambda-1}{3\lambda+1} &= \frac{3}{4} \quad | \cdot (3\lambda+1) \cdot 4 \end{aligned} \right.$$

$$4(2\lambda-1) = 3(3\lambda+1)$$

$$8\lambda - 4 = 9\lambda + 3$$

$$-\lambda = 7, \text{ pa je } \underline{\underline{\lambda = -7}}$$

④ Naći jednadžbu pravca g koji prolazi točkom $M(2,1)$, a okomit je na pravac $p: 2x - 6y + 5 = 0$

k_p : Sve isto kao u zad. 2., samo je: $k_p \cdot k_g = -1$, i iz toga možemo naći k_g .

Imamo, $p: y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{6}$, pa je $k_p = \frac{1}{3}$, a $k_g = -3$

$$g: y - 1 = -3(x - 2)$$

$$y - 1 = -3x + 6$$

pa je

$$g: 3x + y - 7 = 0$$

⑤ Naći j. prava određenog točkama: $A(2,4)$; $B(-1,-3)$

k_p : Iz $p: y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$, imamo:

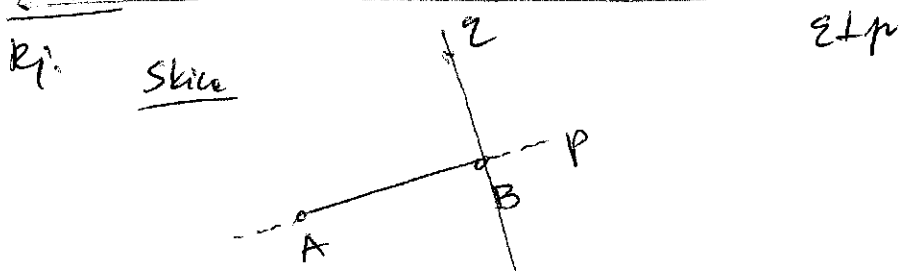
$$y - 4 = \frac{-3 - 4}{-1 - 2}(x - 2)$$

$$y - 4 = \frac{7}{3}(x - 2) \quad | \cdot 3$$

$$3y - 12 = 7x - 14$$

$$p: 7x - 3y - 2 = 0$$

⑥ $A(-4,3)$; $B(-1,-3)$. Odradi j. pravce koji prolazi točkom B okomito na AB 3/



Napiši j. p. p koji prolazi točkom A i B (j. pravce kao 2. tri),
i to u eksplikatnom obliku, da se može pročitat k_p .

$A, B \in p \rightarrow y = -2x - 5$, pa je $k_p = -2$

$k_q = \frac{1}{2}$ pa je $q \rightarrow y + 3 = \frac{1}{2}(x + 1)$
 $y + 3 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
 $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} - 3$ pa je

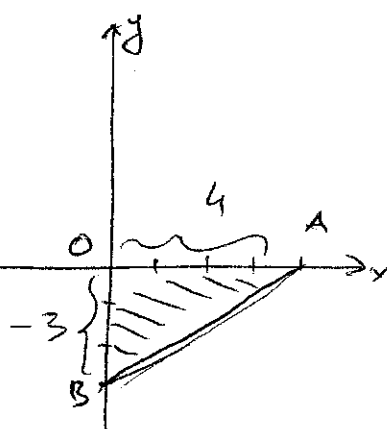
$q \rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$ ili $q \rightarrow x - 2y - 5 = 0$

⑦ Izračunaj površinu trokuta kojega određuje pravac
 $p \rightarrow 3x - 4y - 12 = 0$ i koordinatne osi:

Rj. Napišati pravac u segmentnom obliku: $p \rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{-3} = 1$

$P_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} |4 \cdot (-3)| = \frac{1}{2} \cdot 12 = \underline{\underline{6 \text{ kv. j}}}$

Skica:



9) Odredi udaljenost točke A od pravca μ , ako je: (4)

a) $A(3, -2)$, $\mu: 4x - 3y + 2 = 0$

b) $A(-1, 8)$; $\mu: \frac{x}{-2} + \frac{y}{-4} = 1$

Pr. Ako je $A(x_0, y_0)$, a $\mu: Ax + By + C = 0$, onda je:

(*) $d(A, \mu) = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$. Imamo,

a) $d(A, \mu) = \frac{|4 \cdot 3 - 3(-2) + 2|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{|12 + 6 + 2|}{\sqrt{25}} = \frac{20}{5} = 4$

b) prebrati μ u implicitni oblik, i računati kao prethodno

10) Odredi λ tako da pravac $\lambda x + y - 1 = 0$, bude od točke $M(2, -3)$ udaljen 2

Pr.

b. (*) u zadataku 9, sledi:

$$2 = \frac{|\lambda \cdot 2 + (-3) - 1|}{\sqrt{\lambda^2 + 1}}, \text{ ili } \frac{|2\lambda - 4|}{\sqrt{\lambda^2 + 1}} = 2$$

Konstanta oslabimo $|\alpha x| = \alpha |x|$, $\alpha \in \mathbb{R}$, i moramo

$$\frac{|\lambda - 2|}{\sqrt{\lambda^2 + 1}} = 1 \quad | \sqrt{\lambda^2 + 1}$$

$$-4\lambda = -3 \quad | : (-4)$$

$$\underline{\underline{\lambda = \frac{3}{4}}}$$

$$|\lambda - 2| = \sqrt{\lambda^2 + 1} \quad |^2$$

$$(\lambda - 2)^2 = \lambda^2 + 1$$

$$\lambda^2 - 4\lambda + 4 = \lambda^2 + 1, \text{ po } \mu$$